

論文 隅角部擁壁のたて壁の曲げモーメント分布とその配筋の最適化

金田 一男^{*1}・山川 哲雄^{*2}・伊良波 繁雄^{*2}・高嶺 哲夫^{*3}

要旨：土圧を受けるコンクリート隅角部擁壁のたて壁の挙動は複雑であるため、明確な設計手法がなく、その配筋も逆T型擁壁やL型擁壁を準拠して行うのが現状である。本論文では、コンクリート隅角部擁壁のたて壁を二隣辺固定二辺自由板にモデル化し、台形分布の土圧を作用させる場合のフーリエ級数による解析を行い、隅角部擁壁のたて壁全域の曲げモーメント分布状況を把握した。さらに、隅角部擁壁のたて壁の縦、横固定辺の最大曲げモーメント比が最小となる条件で、設計に採用するたて壁の辺長比の適用範囲を定め、隅角部擁壁のたて壁の配筋に関する最適化を試みた。

キーワード：コンクリート隅角部擁壁，土圧，フーリエ級数，曲げモーメント，最適化

1. はじめに

ため池、道路の切盛土斜面、宅地造成などにコンクリート擁壁構造物がよく使用されている。このような擁壁の平面配置によって、一般部(直線部)擁壁の他に隅角部擁壁が生じる。一方、このようなコンクリート擁壁構造物の隅角部擁壁のたて壁は、面外に三角形や台形分布の土圧が作用され、その構造解析が非常に煩雑であり、明確な設計手法もないのが現状である^{1),2),3)}。

著者らは、コンクリート隅角部擁壁のたて壁を二隣辺固定二辺自由な等板厚のコンクリート板としてモデル化し、フーリエ級数による解析を行い、その設計手法の提案を試みてきた^{4),5),6)}。

本論文では、これまで提案してきた二隣辺固定二辺自由板のフーリエ級数による解析手法を基に、台形分布の土圧が作用する場合の隅角部擁壁のたて壁全域の曲げモーメント分布状況を把握した。更に、隅角部擁壁のたて壁の縦、横固定辺の最大曲げモーメント比が最小となる条件で、設計に採用するたて壁の辺長比の適用範囲を定め、隅角部擁壁のたて壁の配筋に関する最適化を試みた。

2. 解析モデル及び荷重の定義

コンクリート隅角部擁壁のたて壁が、裏込め土の作用土圧に対し、フーチングおよび互いに直角となるたて壁の拘束を受け、二隣辺固定二辺自由な板に近い挙動をする。そのために、本論文では図-1に示すx方向に等分布、y方向に台形分布の荷重を受ける等板厚tを持つ二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の解析モデルを用いて検討を行う。同図に示す座標系と荷重状態から、板の任意

位置における荷重 $P(x,y)$ は、式(1)で定義する。

$$P(x,y) = P_2[e + (1-e)y/b] \quad (1)$$

ここでは、土圧比 $e = P_1/P_2$ と定義し、台形分布荷重の場合では、 $0 < e < 1.0$ である。また、図-1中のa, b, tは、それぞれ板の幅、高さ、厚さを表し、板の任意位置に生じる曲げモーメントは、x軸回りが M_x 、y軸回りが M_y で表す。更に、縦固定辺に生じる曲げモーメントを M_{ax} 、横固定辺に生じる曲げモーメントを M_{by} で定義する。

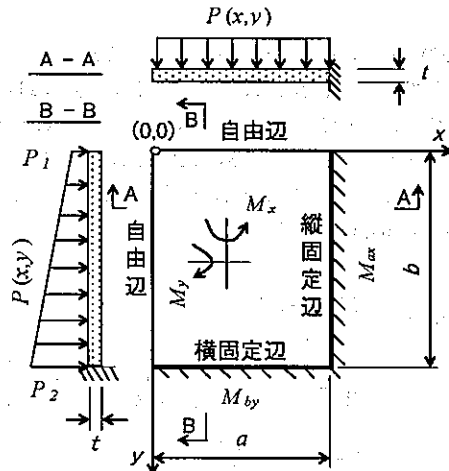


図-1 二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の解析モデル

*1 (株) ホープ設計 技術管理部構造部長 工修 (正会員)

*2 琉球大学 工学部環境建設工学科教授 工博 (正会員)

*3 (株) ホープ設計 取締役社長

3. 隅角部擁壁のたて壁の曲げモーメントの計算方法

図-1で定義した座標系において、二隣辺固定二辺自由板としての隅角部擁壁のたて壁の面外変位 $w(x, y)$ は式(2)で与えられる⁴⁾。

$$w(x, y) = w_p(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ F_{n1} \frac{M_{an}}{D\beta^2} + [F_{n2} - F_{n3}] \frac{\theta_{An}}{\beta} \right\} \frac{\cos \beta y}{2 \cosh \beta a} + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ F_{m1} \frac{M_{bm}}{D\alpha^2} + [F_{m2} - F_{m3}] \frac{\theta_{Bm}}{\alpha} \right\} \frac{\cos \alpha x}{2 \cosh ab} \quad (2)$$

式(2)中の記号 $F_{n1} \sim F_{n3}$ は、以下のように定義する。

$$\begin{aligned} F_{n1} &= \beta a \tanh \beta a \cosh \beta x - \beta x \sinh \beta x \\ F_{n2} &= [(1-\nu)\beta a \tanh \beta a - 1 - \nu] \sinh \beta(a-x) \\ F_{n3} &= (1-\nu)\beta(a-x) \cosh \beta(a-x) \\ F_{m1} &= ab \tanh ab \cosh \alpha y - \alpha y \sinh \alpha y \\ F_{m2} &= [(1-\nu)ab \tanh ab - 1 - \nu] \sinh \alpha(b-y) \\ F_{m3} &= (1-\nu)\alpha(b-y) \cosh \alpha(b-y) \end{aligned}$$

ここに、 D : たて壁の曲げ剛性、 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ 、 t : たて壁の厚さ、 E : コンクリートのヤング係数、 ν : コンクリートのポアソン比、 M_{an} 、 θ_{An} 、 M_{bm} 、 θ_{Bm} : 未定定数。また、 α 、 β は下式のように与え、式中の m 、 n はフーリエ級数の展開項数を表す。

$$\alpha = \frac{2m-1}{2} \frac{\pi}{a}, \quad \beta = \frac{2n-1}{2} \frac{\pi}{b} \quad (m, n = 1, 2, 3, \dots)$$

式(2)の右辺の第1項 $w_p(x, y)$ は荷重項を表し、隅角部擁壁のたて壁の面外変位 $w(x, y)$ の特解でもある。式(1)で与えた荷重 $P(x, y)$ より $w_p(x, y)$ は、 $\cos \beta y$ または $\cos \alpha x$ の単フーリエ級数形式で、式(3)または式(4)のように導くことができる。なお、式(2)の右辺の第2、3項はたて壁の面外変位 $w(x, y)$ の余解である。

$$w_p(x, y) = \frac{2P_2}{bD} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta^3} \times \left\{ \left[1 - \frac{(\beta a \tanh \beta a + 2) \cosh \beta x - \beta x \sinh \beta x}{2 \cosh \beta a} \right] \times \left[1 + (1-e) \frac{(-1)^n}{\beta b} \right] \right\} \cos \beta y \quad (3)$$

$$w_p(x, y) = \frac{2P_2}{aD} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\alpha^3} \times \left\{ (1-e) \frac{y}{b} + e + (1-e) \cdot F_{y1} - \frac{(ab \tanh ab + 2) \cosh \alpha y - \alpha y \sinh \alpha y}{2 \cosh ab} \right\} \cos \alpha x \quad (4)$$

ここでは、

$$F_{y1} = \frac{(ab \tanh ab + 3) \sinh \alpha(b-y) - \alpha(b-y) \cosh \alpha(b-y)}{2ab \cosh ab}$$

式(2)に示す隅角部擁壁のたて壁の面外変位 $w(x, y)$ を用い、図-1に示す解析モデル図の境界条件を満足するように、式(2)中の未定定数 M_{an} 、 θ_{An} 、 M_{bm} 、 θ_{Bm} の数に見合う連立方程式を導き、これらの連立方程式を解くことによって未定定数 M_{an} 、 θ_{An} 、 M_{bm} 、 θ_{Bm} を定め、更に、隅角部擁壁のたて壁の面外変位 $w(x, y)$ が求められる⁴⁾。最後に、求められた隅角部擁壁のたて壁の面外変位 $w(x, y)$ より、隅角部擁壁のたて壁の任意位置 (x, y) における曲げモーメント M_x 、 M_y を式(5)、(6)で計算することができる。

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right) \quad (6)$$

4. 解析モデルケースおよび作用土圧

逆T型やL型擁壁の適用高さは3m~8m程度であるため⁷⁾、本研究でも擁壁の高さを8.0m以内に限定して検討を行う。また、検討対象の擁壁の高さが $H=4.0, 8.0$ mの2種類を、辺長比が $\lambda = b/a = 0.5, 0.8, 1.0, 1.25, 1.6, 2.0, 2.5$ の7パターンをそれぞれ選定し、特別なケースを除いて表-1に示すように合計12ケースについて検討を行う。

一般部(直線部)擁壁のたて壁は、片持ばりとして設計され、設計の際に、裏込め土に傾斜がある場合の静止土圧の計算が困難であることや配筋設計に十分な安全率を考慮していること等を勘案して、試行くさび法による主働土圧を採用している。

しかし、隅角部擁壁のたて壁を設計する際に、以下に示す理由により、本来にたて壁の設計に採用すべき静止土圧⁷⁾を用いて設計することが必要であると考えられる。

一つ目の理由として、隅角部擁壁のたて壁の支持条件は、二隣辺固定二辺自由板に近いので、たて壁の天端変位が一般部の擁壁天端変位と比較して小さい。また、隅角部擁壁は一般的に対称に計画され、隣接している一般

表-1 解析モデルケースおよび静止土圧

高さ b (m)	辺長比 $\lambda = b/a$							静止土圧 (kN/m^2)
	0.50	0.80	1.00	1.25	1.60	2.00	2.50	
	幅 a (m)							
4.0	8.0	5.0	4.0	3.2	2.5	2.0	-	$P_1=5$ $P_2=43$
8.0	-	10.0	8.0	6.4	5.0	4.0	3.2	$P_1=5$ $P_2=81$

部（直線部）の擁壁の拘束を受け、隅角部擁壁の全体の剛体変位も生じにくい。従って、裏込め土が主働塑性状態に達する可能性が少ない。

二つ目の理由として、二隣辺固定二辺自由板に近い支持条件から、たて壁の裏込め土の土圧が作用する面(以下：裏面と呼ぶ)だけではなく、土圧が作用しない面(以下：表面と呼ぶ)においても引張領域が生じる。そのために、空气中に露出しているたて壁のコンクリート表面にひび割れが生じやすく、写真-1に示すように擁壁外観の

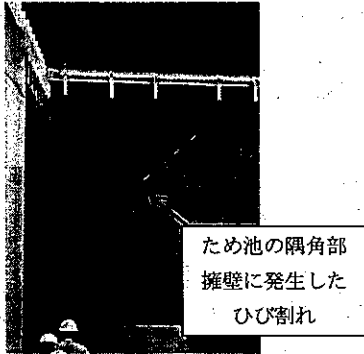


写真-1 隅角部擁壁のたて壁のひび割れの実例

問題だけではなく、ひび割れ箇所の鉄筋腐食や水密性等の問題が起こる。

以上の考え方にに基づき、本研究では静止土圧を採用して検討を行い、静止土圧を計算するための裏込め土の単位体積重量は、 $\gamma=19\text{kN/m}^3$ とする。また、上載荷重として $q=10\text{kN/m}^2$ を考慮する。擁壁高さ $b=4.0, 8.0\text{m}$ の2ケースの静止土圧の計算結果を併せて表-1に示す。

5. 隅角部擁壁のたて壁の曲げモーメント分布状況

第3節で述べたフーリエ級数による解析手法を用いて、表-1に示す解析モデルケースの解析を行い、隅角部擁壁のたて壁の任意位置における曲げモーメント M_x および M_y を算出した。更に、たて壁全域の曲げモーメントの分布状況を把握するために、たて壁の幅と高さ方向に一定の間隔で M_x および M_y を出力し、作用曲げモーメントを等高線の形で表現した。代表的な計算結果を図-2~5に示す。これらの図中において、 $+M_x$ または $+M_y$ で表示している領域は隅角部擁壁のたて壁の表側の主鉄筋に引張応力度を生じさせる曲げモーメントを表す。残りの領域はたて壁の裏側の主鉄筋に引張応力度を生じさせる曲げモーメント(以下： $-M_x$ または $-M_y$ と呼ぶ)を表している。また、図の下側および右側にある太線はたて壁の固定辺

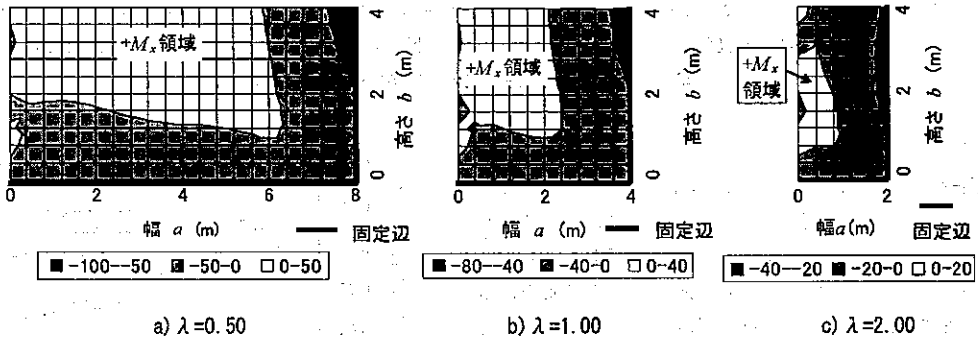


図-2 $b=4.0\text{m}$ 場合の曲げモーメント M_x の分布状況(単位: $\text{kN}\cdot\text{m/m}$)

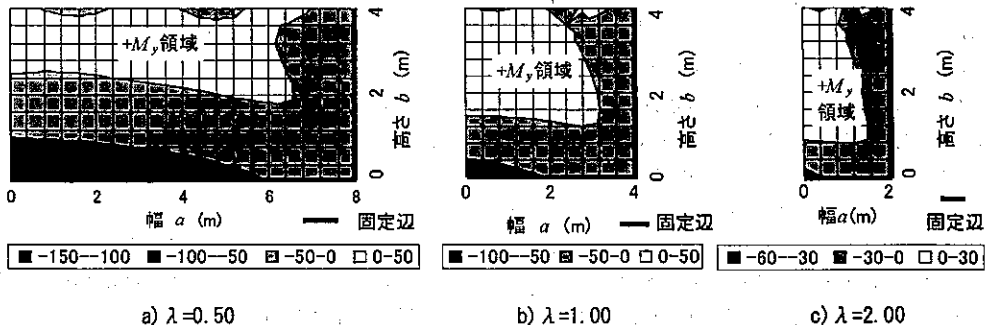


図-3 $b=4.0\text{m}$ 場合の曲げモーメント M_y の分布状況(単位: $\text{kN}\cdot\text{m/m}$)

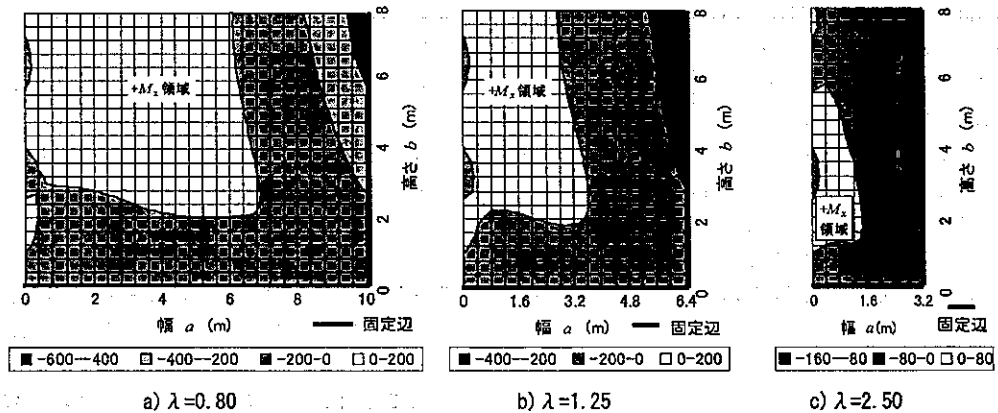


図-4 $b=8.0\text{m}$ 場合の曲げモーメント M_x の分布状況 (単位: $\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$)

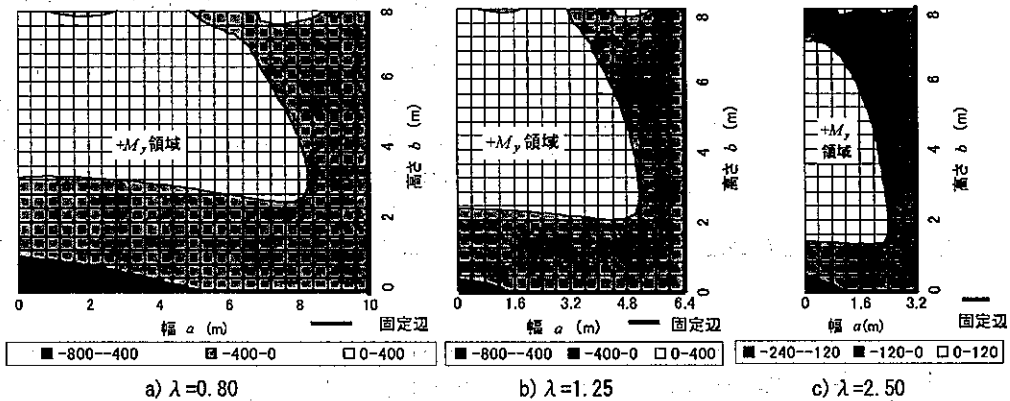


図-5 $b=8.0\text{m}$ 場合の曲げモーメント M_y の分布状況 (単位: $\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$)

を表す。

図-2 は、隅角部擁壁のたて壁の高さ $b=4.0\text{m}$ 、辺長比 $\lambda=0.5, 1.0, 2.0$ の3ケースの y 軸回りの曲げモーメント M_x の分布状況を示す。同図から分かるように、辺長比 λ の増大に伴って、 $-M_x$ の値が $-100\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$ から $-20\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$ 程度まで変化し、また、 $+M_x$ の占める領域の面積が隅角部擁壁のたて壁の全表面積の50%から20%程度まで減少している。更に、 $+M_x$ と $-M_x$ との絶対値の比 (以下: 曲げモーメント比) α_x について調べた結果、 $\alpha_x=1/7\sim 1/5$ 程度であることがわかった。

図-3 は、図-2 と同じケースの x 軸回りの曲げモーメント M_y の分布状況を示す。同図から分かるように、辺長比 λ の増大に伴って、 $-M_y$ の値が $-150\sim -60\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$ 程度まで変化し、また、 $+M_y$ の占める領域の面積が隅角部擁壁のたて壁の全表面積の20%から50%程度まで増大する傾向がある。しかし、 $+M_y$ と $-M_y$ との絶対値の比 α_y について調べた結果、 α_x と同様に $\alpha_y=1/7\sim 1/5$ 程度である。

図-4, 5 は、隅角部擁壁のたて壁の高さ $b=8.0\text{m}$ 、辺長比 $\lambda=0.8, 1.25, 2.5$ の3ケースについて、その曲げモー

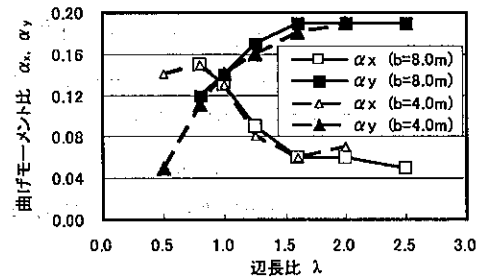


図-6 曲げモーメント比 α_x, α_y と辺長比 λ との関係

メント M_x, M_y の分布状況を示すものである。これらの図においても、図-2 および図-3 に示す結果とほぼ同じであり、また、曲げモーメント比 $\alpha_x=\alpha_y=1/5\sim 1/7$ 程度である。

更に、表-1 に示す解析モデルケースの全ての計算結果に対して、曲げモーメント比 α_x および α_y と辺長比 λ との関係を整理解ると図-6 のようになる。図-6 中の実線がたて壁の高さ $b=8.0\text{m}$ 、破線が $b=4.0\text{m}$ の計算結果を示す。

同図から分かるように、 α_x の値が辺長比 λ の増大に従って減少する傾向であり、その最大値が0.15程度(約1/6)である。また、 α_y の値が辺長比 λ の増大に伴って増大する傾向であり、その最大値が0.19(約1/5)程度で収束している。

以上の計算結果から、隅角部擁壁のたて壁が縦横固定辺の拘束を受け、たて壁に生じる曲げモーメントの作用方向が位置によって変化することがわかる。通常、逆T型擁壁やし型擁壁のたて壁は土圧によるひび割れがたて壁の付け根付近に発生することを想定できるが、隅角部擁壁のたて壁の場合には、裏面の固定辺付近だけではなく、表面の一部の領域でも引張応力度が生じ、この領域ではひび割れの発生も想定される。従って、隅角部擁壁のたて壁には、裏側の配筋だけではなく、表側の配筋にも十分な注意が必要である。

6. たて壁の縦横固定辺の設計曲げモーメントの比較

解析の一例として、表-1に示す静止土圧を用いて、隅角部擁壁のたて壁の高さ $b=8.0\text{m}$ 、辺長比 $\lambda=1.6$ の解析ケースについて検討を行った。図-7は、その縦固定辺および横固定辺に生じる曲げモーメント M_{ax} および M_{by} の計算結果を示す。同図から分かるように、縦固定辺の最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ が $b=6.0\text{m}$ 付近で、横固定辺の最大曲げモーメント $M_{by,max}$ が $a=5.0\text{m}$ 箇所が生じている。隅角部擁壁のたて壁の断面設計は、まず、これらの最大曲げモーメントに対して配筋計算を行なわなければならないことである。

一方、隅角部擁壁のたて壁の配筋を考慮する場合、配筋方法の良否の判断基準は決めかねないのが現況である。本論文では、たて壁の縦固定辺の最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ と横固定辺の最大曲げモーメント $M_{by,max}$ との比が

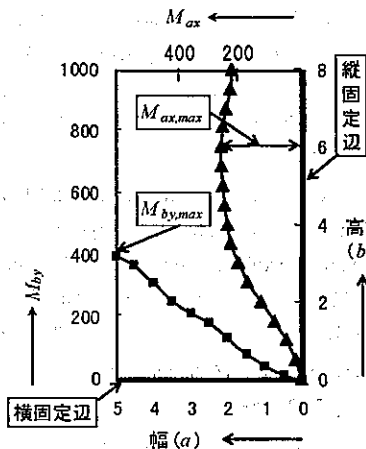


図-7 固定辺曲げモーメントの計算結果(単位: $\text{kN}\cdot\text{m/m}$)

小さいほど、隅角部擁壁のたて壁の使用鉄筋量も少なくなることを、一つの判定指標として考える。

このような視点から、表-1に示す解析モデルケースの計算結果に対し、図-7と同様な手法で隅角部擁壁のたて壁の縦横固定辺に生じる最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ および $M_{by,max}$ を抽出し、これらの曲げモーメントと辺長比 λ との関係を図-8に示す。図-8から分かるように、辺長比 λ の増大に伴って曲げモーメント $M_{ax,max}$ および $M_{by,max}$ が共に減少し、辺長比 $\lambda>1.50$ 前後からその最大値が半分程度まで減少している。更に、固定辺最大曲げモーメント比 $M_{ax,max}/M_{by,max}$ と辺長比 λ との関係を図-9に整理した。同図から分かるように、 $M_{ax,max}/M_{by,max}$ の値が1より小さく、辺長比 $\lambda=1.50$ 前後では、 $M_{ax,max}/M_{by,max}$ の値が最小となる。辺長比 $\lambda>1.60$ の場合では、 $M_{ax,max}/M_{by,max}$ の値が再び大きくなる。

しかし、図-8に示す計算結果を考慮し、辺長比 $\lambda>1.50$ の場合では、最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ および $M_{by,max}$ の値が共にかなり小さくなっているため、辺長比 $\lambda>1.50$ を隅角部擁壁のたて壁の最適な配筋の判断指標として妥当であると判断される。

7. 隅角部擁壁のたて壁の配筋の最適化に関する考え方

擁壁構造物の全体平面配置を行う際に、一般部(直線

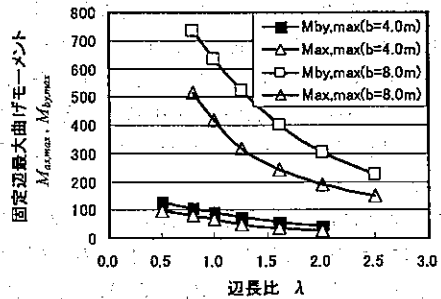


図-8 固定辺最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ 、 $M_{by,max}$ (単位: $\text{kN}\cdot\text{m/m}$)と辺長比 λ との関係

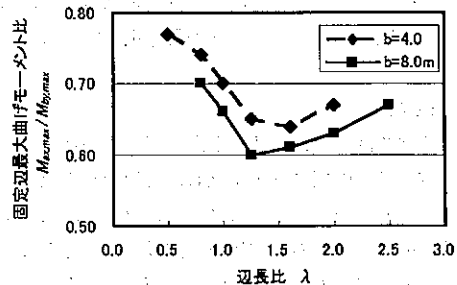


図-9 固定辺最大曲げモーメント比 $M_{ax,max}/M_{by,max}$ と辺長比 λ との関係

表-2 片持ち板と二辺固定板の曲げモーメントの比較

(単位: kN・m/m)

高さ <i>b</i> (m)	作用荷重 (kN/m ²)	辺長比 $\lambda = b/a$	
		1.25	1.60
片持ち板 / 二辺固定板の横固定辺			
4.0	$P_1=5$	141 / 74	141 / 56
	$P_2=43$		
8.0	$P_1=5$	971 / 523	971 / 401
	$P_2=81$		

隅部擁壁の目地間隔等を考慮して先にその配置を行うのが一般的である。その結果、余った寸法処理として隅部擁壁のたて壁の幅 a を決定し、たて壁の辺長比 λ も自動的に決定してしまう。しかし、このように処理した結果、隅部擁壁のたて壁の辺長比が小さすぎるケースも生じ、縦横固定辺の最大曲げモーメント $M_{ax,max}$ 、 $M_{by,max}$ に対する使用鉄筋量の増加が考えられる。隅部擁壁のたて壁の厚さが一定の場合、必要鉄筋量の多い方がコンクリート引張側に作用する引張応力も大きいので、使用鉄筋量が增大すると、たて壁の表面にひび割れが発生しやすくなる。

本論文では、図-8 および図-9 に示す計算結果より、隅部擁壁のたて壁の設計指標として辺長比 $\lambda \geq 1.50$ 程度にすることを推奨する。一つの目安として、辺長比 $\lambda=1.25$ 、 1.60 の2ケースについて計算した隅部擁壁のたて壁の横固定辺の最大曲げモーメント $M_{by,max}$ および同じ高さの逆 T 型擁壁のたて壁の付け根に生じる曲げモーメント(以下:片持ち板の曲げモーメントと呼ぶ)を表-2 に示す。同表から分かるように、辺長比 $\lambda > 1.50$ の場合では、 $M_{by,max}$ が片持ち板の曲げモーメントの半分以下に抑えることができる。

このように規定した結果、隅部擁壁のたて壁の $M_{by,max}$ に対する主鉄筋量は、一般部擁壁のたて壁の主鉄筋量より少なくなり、それに伴って、 $M_{ax,max}$ に対する主鉄筋量も少なくなる。また、文献1)~3)では、これらの主鉄筋量の1/6以上の配力筋を配置する必要があるため、辺長比 $\lambda \geq 1.50$ の規定を設けることにより、隅部擁壁のたて壁のトータルな配筋量が抑えられる。この考え方は隅部擁壁のたて壁の配筋の最適化に繋がる。

8. まとめ

本論文では、コンクリート隅部擁壁のたて壁を二隣辺固定二辺自由板にモデル化し、台形分布の土圧を作用する場合のフーリエ級数による解析を行い、たて壁全域の曲げモーメントの分布状況を把握した。さらに、隅部擁壁のたて壁の配筋に関する最適化を試みた。隅部擁壁のたて壁の挙動は、一般部擁壁と異なり、計画・設

計に十分な留意が必要である。以下に本論文で得られた知見を示す。

- 隅部擁壁のたて壁が縦・横両方向の曲げモーメントを受けるため、両方向共に配筋する必要がある。また、二隣辺固定二辺自由板の拘束条件より、縦固定辺の最大曲げモーメントはたて壁の天端近くに生じるため、たて壁の板厚 t を一定厚さにすることが望ましい。
- 隅部擁壁のたて壁の支持条件から、その裏面だけではなく、表面においても引張応力が生じる。従って、擁壁の表面にひび割れが生じやすく、配筋等に十分な注意が必要である。
- 隅部擁壁のたて壁の表面に生じる最大曲げモーメントは、たて壁の裏面に生じる最大曲げモーメントの1/7~1/5程度である。従って、文献1)~3)の規定により、配力筋の鉄筋量は主鉄筋の1/6以上を配筋すれば、配力筋の応力度に余裕が生じる。しかし、隅部擁壁のたて壁の表面にひび割れが生じやすい視点から、配力筋の鉄筋量は主鉄筋の鉄筋量の1/4以上を配置し、かつ径の小さい鉄筋を密に配置することを推奨する。
- 隅部擁壁のたて壁の辺長比は、擁壁構造物の平面寸法や一般部擁壁の目地間隔に左右されるが、隅部擁壁のたて壁の配筋量を抑え、それを通してたて壁表面にひび割れの発生を抑制する視点から、隅部擁壁のたて壁の辺長比 $\lambda \geq 1.50$ 程度にすることが望ましい。

なお、本論文は隅部擁壁のたて壁に静止土圧が作用する場合の検討結果を示したが、地震時土圧を作用する場合でも、考え方は全く同じである。

参考文献

- 日本道路協会:道路土工 擁壁工指針, 1999.3
- 農林水産省構造改善局建設部:土地改良事業設計指針ファームポイント, 1999.3
- 農林水産省構造改善局建設部設計課:土地改良事業標準設計, 第9編 擁壁, pp.62-67, 1993.5
- 金田一男ほか:土圧を受ける二隣辺固定二辺自由板の解析解とその応用, 構造工学論文集 Vol.50A, pp.1025-1034, 2004
- Kaneda, K. Iraha, S. Takamine, T. and Shimabuku, K.: An analytical study of rectangular plates under triangularly distributed regional loads, Journal of Applied Mechanics, JSCE, Vol. pp.17-248, Aug. 2005
- 金田一男ほか:コンクリート隅部擁壁のたて壁の設計について, コンクリート工学年次論文集, Vol.28, No.2, pp.7-12, 2006
- 右城 猛:誰も教えてくれなかった疑問に答える擁壁設計 Q&A, 理工図書, 1995.10